	เนื้อหาการสอน	สัปดาห์ที่ 10	หน้าที่ 1
รหัสและชื่อวิชา : **21062118 กลศาสตร์โครงสร้าง 2**			
แผนกวิชา : **ช่างก่อสร้าง**	ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน		

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

เมื่อคานถูกกระทำด้วยแรงหรือน้ำหนักและโมเมนต์ดัดภายนอก จะทำให้เกิดความเค้นขึ้นภายในคาน ในการที่จะหาขนาดของความเค้นที่หน้าตัดใดๆ ของคาน จึงจำเป็นที่จะต้องสามารถคำนวณหาแรงและโมเมนต์ที่เกิดขึ้นที่หน้าตัดนั้นให้ได้เสียก่อนโดยการใช้สมการของการสมดุลทางสถิตศาสตร์

แรงเฉือน (Shearing force) คือคานที่จะทำให้แรงนี้ถูกเฉือนขาดในแนวดิ่งปกติแรงเฉือนนี้จะมีผลต่อการเฉือนขาดของวัสดุที่ใช้ทำคานในงานโครงสร้างต่างๆ มาก

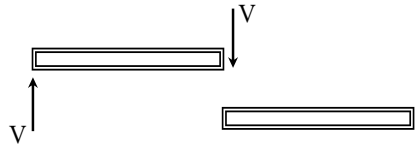
โมเมนต์ (bending moment) คือโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากแรงเฉือนที่กระทำต่อคาน โมเมนต์ดัดนี้เองที่จะพยายามให้คานที่รับแรงเฉือนนั้นโค้งงอจนไม่สามารถที่จะใช้งานต่อไปได้

ไดอะแกรมของแรงเฉือน (shear force diagram) เขียนย่อว่า SFD. คือแผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนกับความยาวของคานโดยที่จุดทางด้านซ้ายมือของคานเป็นจุดเริ่มต้นค่าทางแกน x จะเป็นระยะทางที่วัดไปตามความยาวของคานนั้น ตั้งแต่ทางด้านซ้ายมือสุดของคานนั้น ตั้งแต่ทางด้านซ้ายมือถึงทางด้านขวามือสุดของคานนั้น และค่าแกน y จะเป็นค่าของแรงเฉือนในแนวดิ่งที่หน้าตัดใดๆ ของคานนั้น

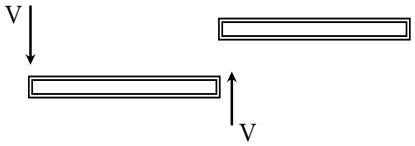
ไดอะแกรมโมเมนต์ดัด (bending moment diagram) เขียนย่อว่า BMD. คือแผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดกับความยาวของคานนั้น โดยที่จุดทางด้านซ้ายมือสุดของคานเป็นจุดเริ่มต้น ค่าทางแกน x จะเป็นระยะทางที่วัดไปตามความยาวของคานนั้น ตั้งแต่ทางด้านซ้ายมือสุดของคานนั้น ตั้งแต่ทางด้านซ้ายมือถึงทางด้านขวามือสุดของคานนั้น และค่าแกน y จะเป็นค่าโมเมนต์ดัดที่หน้าตัดใดๆ ของคานนั้น

การพิจารณาเครื่องหมาย

กรณีแรงเฉือน ในการพิจารณาให้พิจารณาคานทางด้านซ้ายมือสุดเป็นจุดเริ่มต้น แล้วคิดในด้านซ้ายมือของคาน แรงใดที่มีทิศทางขึ้น เช่น แรงปฏิกิริยาของคานช่วงเดียวนั้นให้มีเครื่องมือเป็นบวก (+) และแรงใดที่มีทิศทางลงล่าง เช่น น้ำหนักที่กระทำกับคานให้มีเครื่องหมายเป็นลบ (-) เครื่องหมายเหล่านี้จะกลับกันถ้าหากการพิจารณาเริ่มจากทางขวามือไปทางซ้ายมือ

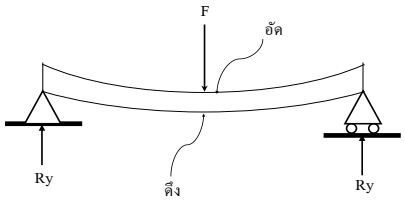


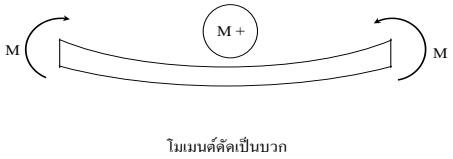
แรงเฉือนเป็นบวก



แรงเฉือนเป็นบวก

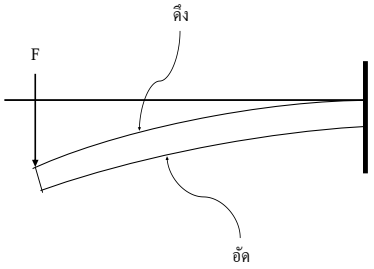
กรณีของโมเมนต์ดัด ในการพิจารณาความหมายของโมเมนต์ดัดนั้น เราจะพิจารณาได้โดยให้โมเมนต์ดัดใดก็ตามที่ทำให้คานเกิดการแอ่นตัวหรือโก่งงอลงด้านล่าง หรือเกิดอาการถูกดึงไปทางด้านล่างของอาคาร หรือเกิดอาการถูกอัดทางด้านบนของคาน ให้โมเมนต์ดัดเป็นบวก (+) ได้แก่ โมเมนต์ดัดของคานช่วงเดียว

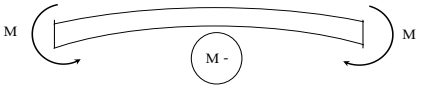




โมเมนต์ดัดเป็นบวก

และถ้าโมเมนต์ดัดใดๆ ก็ตามที่ทำให้คานนั้นเกิดการโก่งงอขึ้นด้านบน คือเกิดอาการถูกดึงทางด้านบนของคาน หรือเกิดอาการถูกอัดทางด้านล่างของคานให้โมเมนต์ดัดเป็นลบ (-) ได้แก่โมเมนต์ของคานยื่น เป็นต้น





โมเมนต์ดัดเป็นลบ

การเขียนไดอะแกรมของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

หลักการเขียนไดอะแกรมของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดโดยทั่วไปจะแบ่งหน้ากระดานออกเป็น 2 ส่วน ตามความยาวของหน้ากระดาษ จุดประสงค์เพื่อให้ทางซ้ายมือเขียนรูปแสดงน้ำหนัก (Loading Diagram ; LD.) รูปทางอิสระ (Free Body Diagram ; FBD) รูปแสดงแรงปฏิกิริยา (Reaction Diagram ; RD.) รูปแสดงแรงเฉือน (Shear Force Diagram ; SFD.) และรูปโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram ; BMD.)

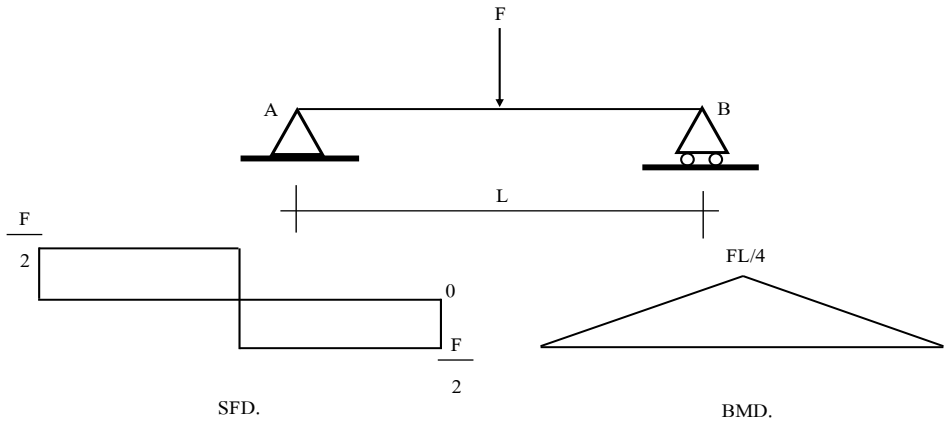
ส่วนทางด้านซ้ายมือ เขียนรายการคำนวณ แรงปฏิกิริยา ค่าแรงเฉือน และค่าโมเมนต์ดัด

ขั้นตอนในการเขียนไดอะแกรมแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

1. เขียนรูปแสดงน้ำหนัก (Loading Diagram ; LD.) แสดงลักษณะของคานและน้ำหนักที่กระทำตามโจทย์
2. เขียนรูปแสดงแรงปฏิกิริยา (Reaction Diagram ; RD.) แสดงแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับเนื่องจากน้ำหนักกระทำตามโจทย์
3. คำนวณหาแรงปฏิกิริยาโดยใช้สมการสมดุล ($\sum Fx = 0$, $\sum Fy = 0$, $\sum M = 0$)
4. เขียนรูปทางอิสระ (Free Body Diagram ; FBD) และสมการหาแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด
5. นำค่าแรงเฉือนที่ได้มาเขียนรูปแรงเฉือน (Shear Force Diagram ; SFD.) โดยเริ่มจากทางด้านซ้ายมือและค่าแรงเฉือนที่จุดสุดท้ายจะมีค่าเป็นศูนย์เสมอ
6. นำค่าโมเมนต์ที่ได้มาเขียนรูปโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram ; BMD.) โดยเริ่มจากทางด้านซ้ายมือ และค่าโมเมนต์ดัดจุดสุดท้าย จะมีค่าเป็นศูนย์เสมอ แต่ในบางกรณี เช่น คานปลายยื่นจะต้องเขียนรูปโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram ; BMD.) จากปลายคานมายังจุดรองรับเสมอ

ข้อสังเกต ในการเขียนรูปแรงเฉือน (Shear Force Diagram ; SFD.) และเขียนรูปโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram ; BMD.)

1. กรณีที่แรงกระทำเป็นจุด (Point Load)



ลักษณะ Shear Force Diagram (SFD) จะเป็นเส้นตรงตามแนวดิ่ง

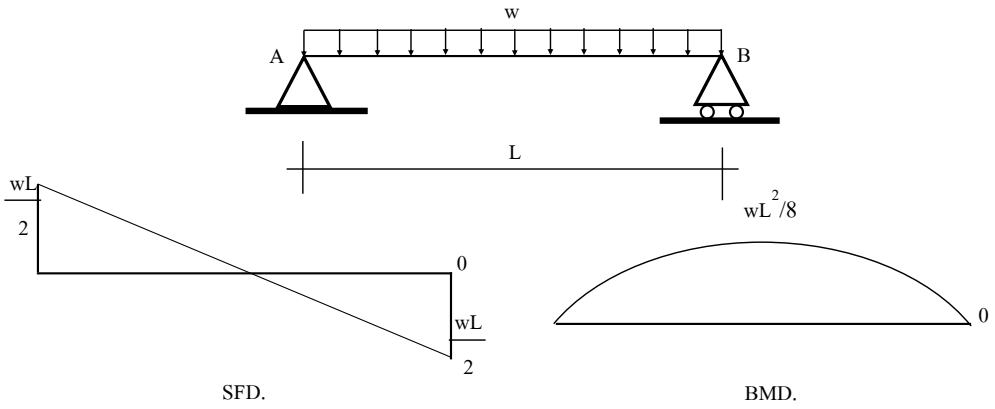
ลักษณะ Bending Moment Diagram (BMD) จะเป็นเส้นตรงเอียงซ้ายหรือเอียงขวา

2. กรณีไม่มีแรงกระทำ (No Load)

ลักษณะ Shear Force Diagram (SFD) จะเป็นเส้นตรงในแนวราบ

ลักษณะ Bending Moment Diagram (BMD) จะเป็นเส้นตรงเอียง

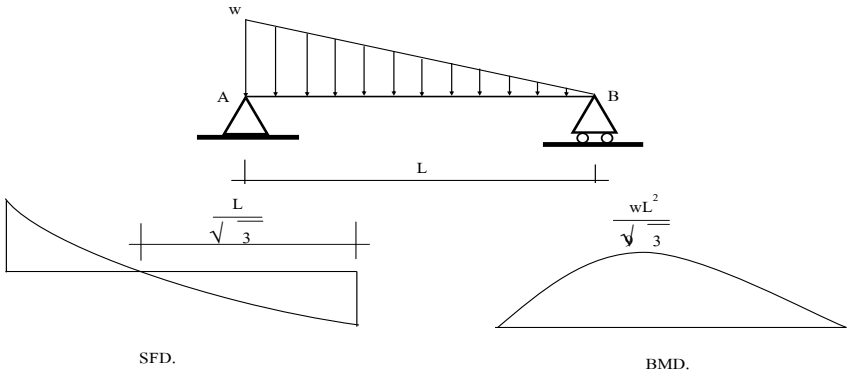
3. กรณีที่มีแรงแผ่กระจายสม่ำเสมอ (Uniformly Distributed Load)



ลักษณะ Shear Force Diagram (SFD) จะเป็นเส้นตรงที่มีความลาดเอียง

ลักษณะ Bending Moment Diagram (BMD) จะเป็นเส้นโค้งพาราโพลาแบบราบเรียบ

4. กรณีที่น้ำหนักแผ่กระจายในทางเพิ่มขึ้นหรือลดลง (Uniformly Vartying Distributed Load)

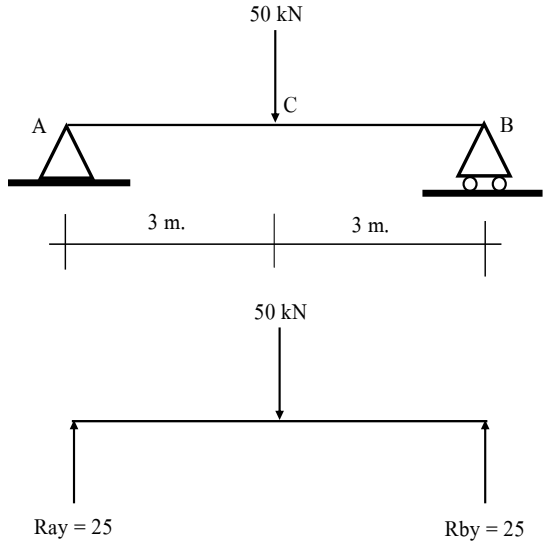


ลักษณะ Shear Force Diagram (SFD) จะเป็นเส้นโค้งพาราโพลาที่มีความราบเรียบ

ลักษณะ Bending Moment Diagram (BMD) จะเป็นเส้นโค้งที่มีความราบเรียบ

5. แรงเฉือนมีค่าเป็นศูนย์ โมเมนต์ดัดจะมีค่าสูงสุดและต่ำสุด

ตัวอย่างที่ 1 . จงหาค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด พร้อมทั้งเขียนแรงเฉือนและและโมเมนต์ดัด



หาแรงปฏิกิริยา

$[\ \sum Ma = 0\ \circlearrowleft +\ ]$

$(Rby \times 6) - (50 \times 3) = 0$

$Rby = \left(\frac{50 \times 3}{6}\right)$

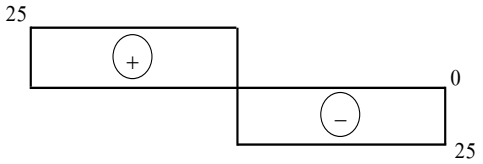
$Rby = 25$ kN

$[\ \sum Fy = 0\ \uparrow +\ ]$

$Ray + Rby - 50 = 0$

$Ray = 50 - 25$

$Ray = 25$ kN



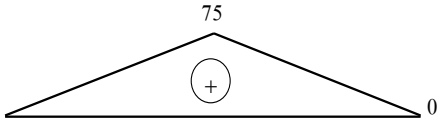
SFD.

พิจารณาแรงเฉือน

VA = Ray = 25 kN.

VC = 25 – 50 = - 25 kN.

VB = - 25 + 25 = 0



BMD.

พิจารณาโมเมนต์ดัด

MA = 0

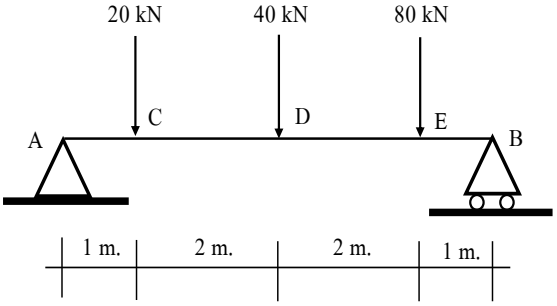
MC = 25 x 3 = 75 kN – m.

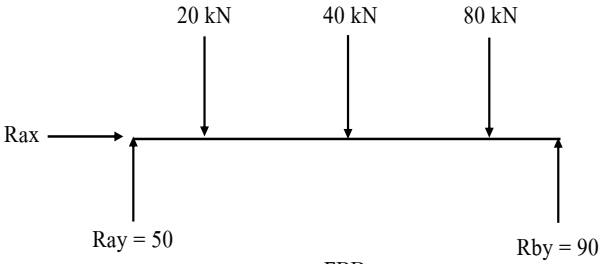
MB = (25 x 6) – (50 x 3) = 0

รหัสและชื่อวิชา : **21062118 กลศาสตร์โครงสร้าง 2**

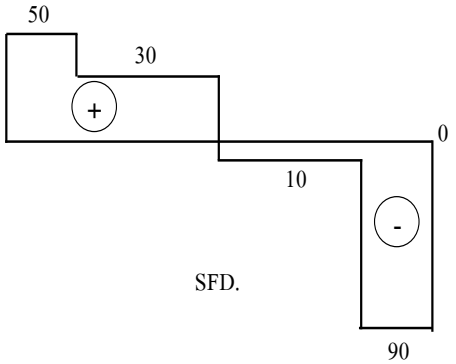
แผนกวิชา : **ช่างก่อสร้าง** | ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน

ตัวอย่างที่ 2 . จงหาค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด พร้อมทั้งเขียนแรงเฉือนและและโมเมนต์ดัด

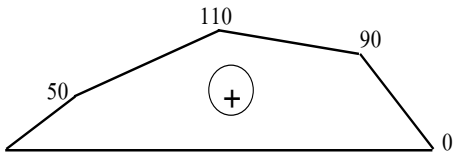




FBD



SFD.



BMD.

หาแรงปฏิกิริยา

$[\ \sum Ma = \circlearrowleft 0 +\ ]$

$$(Rby \times 6) - (20 \times 1) - (40 \times 3) - (80 \times 5) = 0$$

$$Rby = \frac{\left[(20 \times 1) + (40 \times 3) + (80 \times 5)\right]}{6}$$

$Rby = 90$ kN.

$\sum Fy = 0 \uparrow +$

$Ray + Rby - 20 - 40 - 80 = 0$

$Ray = 20 + 40 + 80 - 90$

$Ray = 50$ kN.

พิจารณาแรงเฉือน

VA = Ray = 50 kN

VC = 50 – 20 = 30 kN.

VD = 30 – 40 = - 10 kN.

VE = - 10 – 80 = - 90 kN.

VB = - 90 + 90 = 0

พิจารณาโมเมนต์ดัด

MA = 0 = kN - m.

MC = 50 x 1 = 50 kN - m.

MD = (50 x3) – (20 x2) = 110 kN -

ME = (50 x5) – (20 x4) – (40 x2)

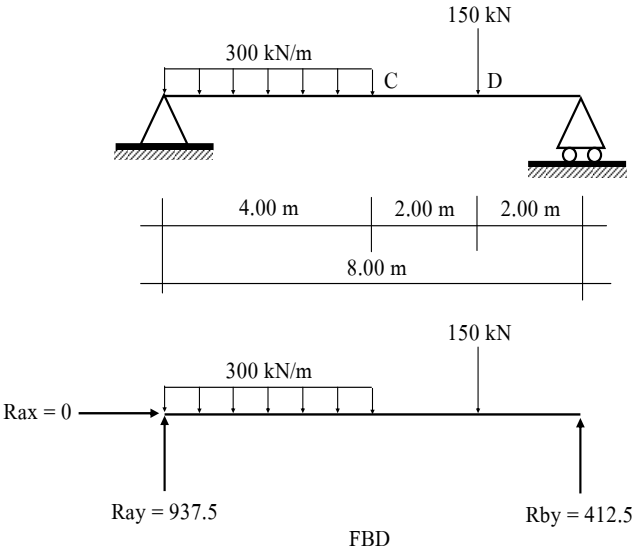
= 90 kN - m.

MB = (50 x6) – (20 x5) – (40 x3) – (80 x1)

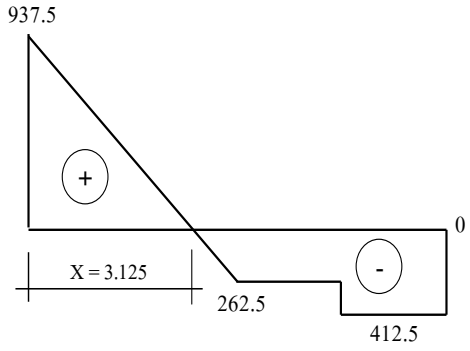
= 0 kN - m.

	เนื้อหาการสอน	สัปดาห์ที่ **10**	หน้าที่ **7**
รหัสและชื่อวิชา : **21062118 กลศาสตร์โครงสร้าง 2**			
แผนกวิชา : **ช่างก่อสร้าง**	ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน		

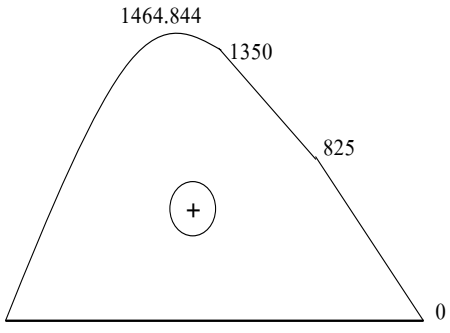
ตัวอย่างที่ 3 . จงหาค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด พร้อมทั้งเขียนแรงเฉือนและและโมเมนต์ดัด



FBD



SFD



BMD

หาแรงปฏิกิริยา

$[\sum Ma = 0 \circlearrowleft +]$

$(Rby \times 8) - (150 \times 6) - (300 \times 4 \times 2) = 0$

$Rby = \dfrac{[(300 \times 4 \times 2) + (150 \times 6)]}{8}$

$Rby = 412.5$ kN.

$\sum Fy = 0 \uparrow +$

$Ray + Rby - 150 - (300 \times 4) = 0$

$Ray = 150 + 1200 - 412.5$

$Ray = 937.5$ kN.

พิจารณาแรงเฉือน

VA = Ray = 937.5 kN

VC = 937.5 – (300 x4) = -262.5 kN.

VD = - 262.5 - 150 = -412.5 kN.

VB = - 412.5 + Rby = - 412.5 + 412.5

= 0

พิจารณาโมเมนต์ดัด

MA = 0 = kN - m.

MC = (937.5 x 4) – (300 x 4 x 2)

= 1350 kN - m.

MD = (937.5 x 6) – (300 x 4 x 4)

= 825 kN - m.

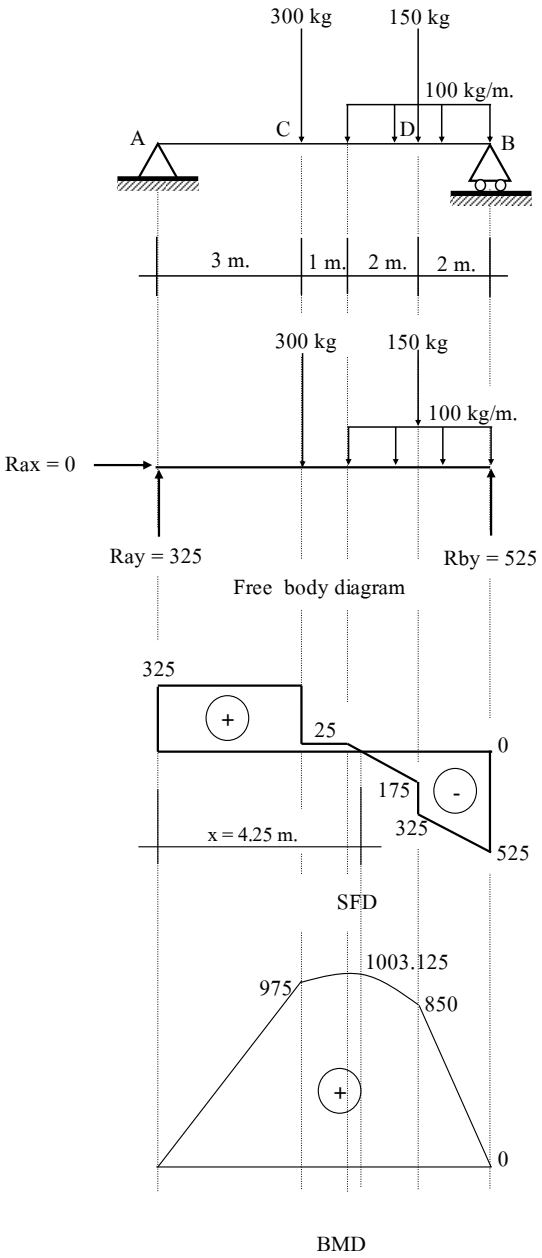
MB = (937.5 x 8) – (300 x 4 x 6) – (150 x 2)

= 0 kN - m.

Mmax = $(937.5 \times 3.125) - (300 \times 3.125 \times \dfrac{3.125}{2})$

= 1464 . 844 kN - m.

ตัวอย่างที่ 4 . จงหาค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด พร้อมทั้งเขียนแรงเฉือนและและโมเมนต์ดัดที่จุดต่าง ๆ



หาแรงปฏิกิริยา

$[\sum Ma = 0 \circlearrowleft +]$

$$(Rby \times 8) - (300 \times 3) - (150 \times 6) - (100 \times 4 \times 6) = 0$$

$$Rby = \frac{[(300 \times 3) + (150 \times 6) + (100 \times 4 \times 6)]}{8}$$

$Rby = 525$ kN.

$[\sum Fy = 0 \uparrow +]$

$$Ray + Rby - 300 - 150 - (100 \times 4) = 0$$

$Ray = 300 + 150 + 400 - 525$

$Ray = 325$ kN.

พิจารณาแรงเฉือน

VA = Ray = 325 kN

VC = 325 - 300 = 25 kN.

VD_L = 25 – (100 x 2) = - 175 kN.

VD_R = -175 – 150 = - 325 kN

VB = - 325 - (100 x2) + 525 = 0

พิจารณาโมเมนต์ดัด

MA = 0 kN - m.

MC = (325 x 3) = 975 kN - m.

MD = (325 x 6) – (300 x 3) - (100 x 2 x 1)

= 825 kN - m.

MB = (325 x 8) – (300 x 5) - (100 x 4 x 2)

– (150 x 2) = 0 kN - m.

$$Mmax = (325 \times 4.25) - (300 \times 1.25) - (100 \times 0.25 \times \frac{0.25}{2})$$

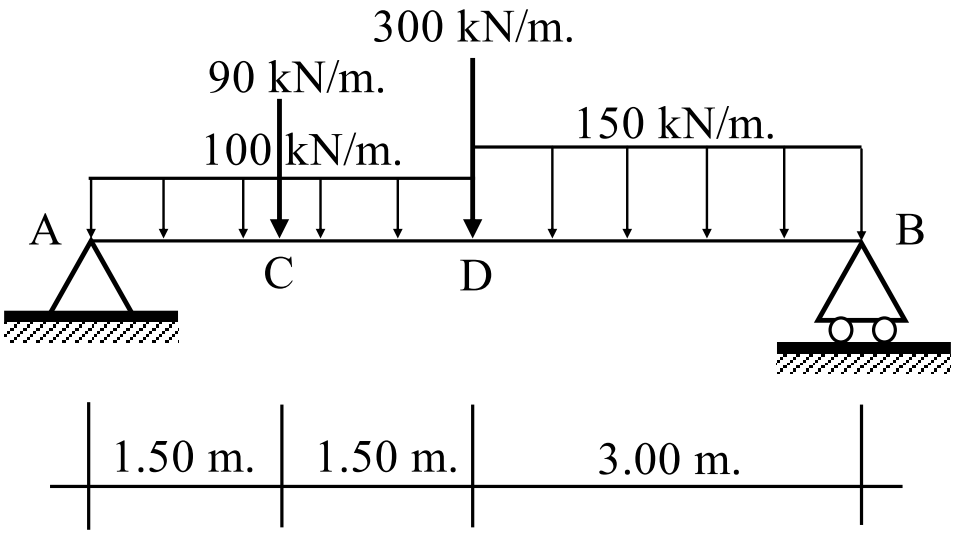
= 1003.125 kN - m.

	แบบฝึกหัด	สัปดาห์ที่ **10**	หน้าที่ **1**
รหัสและชื่อวิชา : **21062118 กลศาสตร์โครงสร้าง 2**			
แผนกวิชา : **ช่างก่อสร้าง**	ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน		

การบ้านครั้งที่ 6

จงหาค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด พร้อมทั้งเขียนแรงเฉือนและและโมเมนต์ดัด

1.)

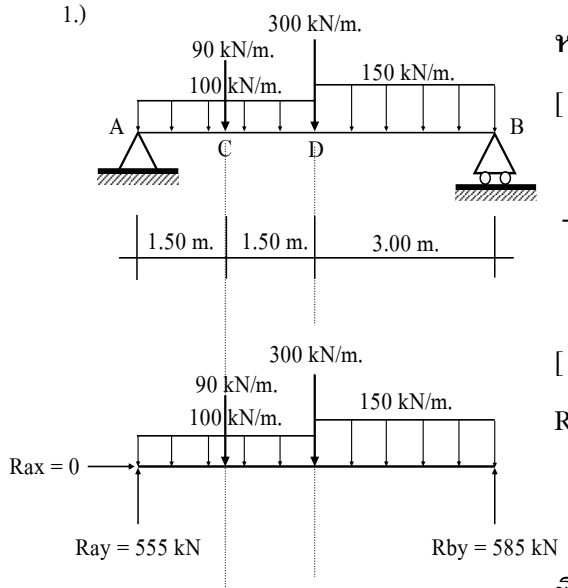


	แบบฝึกหัด	สัปดาห์ที่ 10	หน้าที่ 2
รหัสและชื่อวิชา : **21062118 กลศาสตร์โครงสร้าง 2**			
แผนกวิชา : **ช่างก่อสร้าง**	ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน		

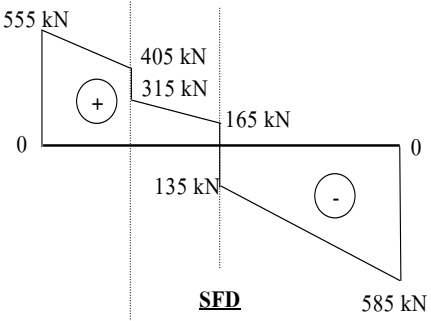
เฉลยการบ้านครั้งที่ 6

1.) จงหาค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด พร้อมทั้งเขียนแรงเฉือนและและโมเมนต์ดัด

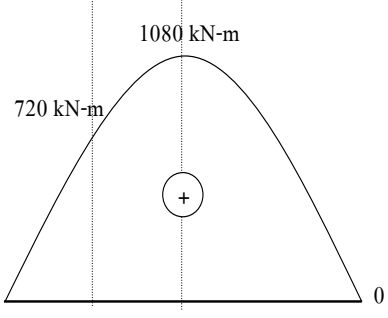
1.)



FBD



SFD



BMD

หาแรงปฏิกิริยา

[$\sum$Ma = 0+]

(6.0 x Rby)-(100 x 3.0 x 1.5)-(150 x 3.0 x 4.5)

- (90 x 1.5) - (300 x 3.0) = 0

$$Rby = \frac{450+2025+135+900}{6.00} = 585 \text{ kN} \uparrow$$

[$\sum$Fy = 0+ ↑]

Ray + Rby -(100 x 3.0)-(150 x 3.0) - 300 - 90 = 0

Ray + 585 -300 - 450 -300 - 90 = 0

Ray = 555 kN ↑

พิจารณาแรงเฉือน

VA = Ray = 555 kN

VC = 555 - (100 x 1.5) - 90 = 315 kN

VD = 315 - (100 x 1.5) - 300 = -135 kN

VB = -135 - (150 x 3.0) + 585 = 0

พิจารณาโมเมนต์ดัด

MA = 0 kN - m

MC = (555 x 1.5) = 720 kN-m

MD = (555x 3.0) - (100 x 3.0 x 1.5) - (90 x 1.5)

= 1080 kN-m

MB = (555 x 6.0) - (100 x 3.0 x 4.5)

- (90 x 4.5) - (300 x 3.0) - (150 x 3.0 x 1.5)

= 0